

# Travaux Dirigés

## Transport d'énergie et de matière

L2 - chimie  
Université Paris Est Créteil

Année 2023 - 2024

**Données :** Chaleur spécifique de l'eau liquide :  $c = 4.18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
Chaleur spécifique de la glace :  $c = 2.09 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
Chaleur latente de fusion de la glace :  $L_f = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
Constante de Stephan-Boltzmann :  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

### Exercice 1

L'échelle Fahrenheit de température est encore utilisée dans certains pays anglo-saxons. Elle est construite de telle façon que l'eau bout à la température de 212°F et qu'elle se solidifie à la température de 32°F.

- Etablir la relation entre les échelles Celsius et Fahrenheit.
- Trouver la température à laquelle les 2 échelles indiquent la même valeur.

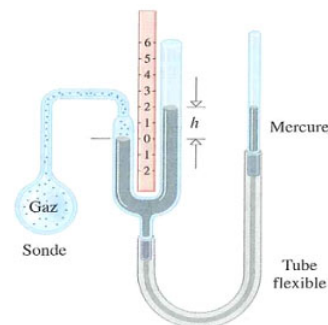
### Exercice 2

1. Un thermomètre à volume de gaz constant est rempli avec de l'air à la pression de 1010 hPa et à la température "standard" de fonte de la glace. Quelle serait sa pression à :

- la température d'ébullition "standard" de l'eau ?
- la température d'ébullition "standard" de l'oxygène (90.2 K) ?
- la température d'ébullition "standard" du mercure (630 K) ?

2. Un thermomètre à volume de gaz constant est à la pression de 550 hPa au point triple de l'eau. Quelle est la variation de sa pression pour une variation de 1 K ?

3. On considère un thermomètre à volume de gaz constant (cf. figure) pour lequel la hauteur  $h$  est de 60 mm au point triple de l'eau (c'est-à-dire lorsque l'on plonge le thermomètre dans de l'eau au point triple). Si le thermomètre est immergé dans du dioxyde de soufre ( $\text{SO}_2$ ) au point d'ébullition, la hauteur  $h$  chute à 57.8 mm. En déduire la température d'ébullition du  $\text{SO}_2$  en kelvins et en °C.



### Exercice 3

Un récipient métallique isolé de masse 2 kg contient 4 kg d'eau, le tout étant à une température initiale de 40.00 °C. On y plonge un morceau de même métal de masse 1 kg à la température de 80.00 °C. La température finale de l'ensemble est de 40.93 °C. Quelle est la chaleur spécifique du métal ?

### Exercice 4

Un lac circulaire de 1 km de diamètre est profond de 10 m. Ce lac absorbe en moyenne  $200 \text{ W.m}^{-2}$  d'énergie solaire. Si on suppose que le lac n'échange pas de chaleur avec son environnement, combien de temps faudrait-il pour chauffer le lac de 10 °C à 20 °C ?

### Exercice 5

Un cube de 100 g de glace, initialement à -20 °C, est placé dans un four à micro-ondes de puissance 500 W.

- Combien de temps faut-il au four pour transformer la glace en eau liquide à la température de 50 °C ?
- Faites un graphique montrant l'évolution de la température en fonction du temps durant cet intervalle de temps.

### Exercice 6

Un four microonde chauffe une masse  $m$  de 430 g d'eau de la température de 20°C à ébullition en 5 mn. En négligeant la capacité calorifique du récipient, quelle est la puissance  $P$  du four ?

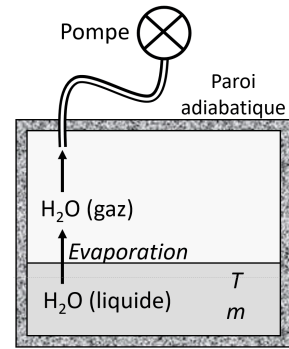
### Exercice 7

Un lingot de cuivre de masse  $m = 400 \text{ g}$ , porté à la température  $T_1 = 300 \text{ °C}$ , est placé dans un calorimètre (de capacité calorifique négligeable), contenant 300 g d'eau dont la moitié est gelée. Pour quelle raison toute la glace ne fond-elle pas ? Quelle quantité de glace reste-t-il lorsque l'équilibre est atteint ?

**Données :** Chaleur spécifique du cuivre :  $c = 376 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

### Exercice 8 (examen 2021)

On souhaite mesurer la chaleur latente de vaporisation  $L_v$  de l'eau. Un récipient, à parois adiabatiques et de capacité calorifique négligeable, contient une masse initiale d'eau liquide  $m_0 = 20$  g. La température initiale de l'eau est  $T_0 = 320$  K. Le récipient est connecté à une pompe qui évacue la vapeur d'eau produite par l'évaporation de l'eau liquide. L'évacuation de la vapeur d'eau entretient donc une évaporation continue dans le temps. Le dispositif expérimental est schématisé ci-contre.



1. Donner la relation liant la quantité de chaleur  $dQ$  nécessaire à l'évaporation d'une masse  $dm$  d'eau.
2. Le système étant thermiquement isolé, la chaleur nécessaire à l'évaporation est extraite de la masse d'eau liquide  $m$  restant dans le récipient. Qu'observe-t-on ?

3. En vous appuyant sur un bilan énergétique, montrer que la variation de température  $dT$  du récipient est liée à la masse d'eau  $dm$  évaporée par une équation différentielle de la forme :

$$dT = k \frac{dm}{m}$$

où  $k$  est une variable que l'on exprimera et  $m$  est la masse d'eau liquide restant à l'instant  $t$ .

4. On suppose dans ce qui suit que la variation de  $L_v$  avec  $T$  peut être négligée (cette approximation est acceptable lorsque  $\Delta T$  est faible). On note  $\alpha$  la fraction de masse évaporée depuis l'instant initial. La conservation de la masse impose  $\alpha = (m_0 - m)/m_0$ . Donner la solution de l'équation différentielle précédente sous la forme :  $T = f(\alpha)$ .
5. L'observation montre que lorsque 5% de la masse initiale d'eau s'est évaporée, la température de l'eau liquide restant dans le récipient est de 289 K. En déduire la valeur de  $L_v$ .
6. Le processus continue jusqu'à ce que la température atteigne la température de cristallisation de l'eau (soit 273 K).
  - a. Quelle est alors la fraction  $\alpha$  d'eau évaporée ?
  - b. Calculer la masse  $m_1$  d'eau liquide restant alors le récipient.
7. L'eau liquide se met alors à geler. Soit  $m_g$  la masse de glace obtenue lorsque toute l'eau liquide a disparu et  $m_e$  la masse d'eau évaporée durant la période de cristallisation de l'eau. La conservation de la masse impose  $m_1 = m_g + m_e$ . On néglige la sublimation de l'eau durant la cristallisation. Calculer  $m_g$ .

### Exercice 9

La plaque métallique (fer) supérieure d'un poêle à bois mesure  $90 \times 40$  cm pour une épaisseur de 4.5 mm. A l'intérieur, le feu maintient la température de la plaque à  $310^\circ\text{C}$  tandis que la surface extérieure de cette plaque présente une température de  $295^\circ\text{C}$ .

- a. Déterminer le débit de chaleur à travers la plaque de fer.
- b. On remplace le fer par de l'acier. Calculer la température extérieure de la plaque (on suppose que la température intérieure et le débit de chaleur sont inchangés).
- c. Même question, en remplaçant le fer par du cuivre.

Données : Conductivité thermique du fer :  $k = 80.4 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 Conductivité thermique de l'acier :  $k = 46 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 Conductivité thermique du cuivre :  $k = 401 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

### Exercice 10

On considère un panneau multicouche de  $2 \times 3$  m composé d'une couche de 10 cm de pin juxtaposée à une couche de 20 cm de fibre de verre et finalement d'une couche de 5 cm d'aluminium.

- a. Déterminer les résistances thermiques individuelles de chacune des couches ainsi que la résistance thermique globale du panneau.
- b. La différence de température entre la face externe et interne du panneau est de  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ . Calculer le débit de chaleur à travers ce panneau.
- c. Représenter sur un graphique l'évolution de la température à travers ce panneau.

On considère de plus le processus de convection au niveau de la surface intérieure et extérieure du panneau. On supposera que le coefficient de transfert convectif  $h$  est le même pour l'intérieur et l'extérieur du panneau. Dans ces conditions déterminer le nouveau débit de chaleur qui s'établit de l'intérieur vers l'extérieur.

Données : Conductivité thermique du pin :  $k = 0.11 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 Conductivité thermique de fibre de verre :  $k = 0.042 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 Conductivité thermique de l'aluminium :  $k = 237 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 Coefficient de transfert convectif :  $h = 100 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$

### Exercice 11

Une tige métallique de longueur  $l = 40$  cm, de diamètre  $d = 3$  cm et de conductivité thermique  $k = 60 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$  relie d'un côté un bac rempli d'eau et de glaçons et d'un autre côté un bac rempli d'eau maintenu à ébullition. On considère que la partie de la tige dans l'air est bien isolée et n'échange donc pas de chaleur avec son environnement.

- Quelle est la température régnant dans chacun des bacs ?
- Quel est le processus à l'origine du transfert d'énergie entre les deux bacs à travers la tige ?
- Calculez le débit d'énergie dans la tige.

### Exercice 12

On considère une pièce froide de dimension  $2 \times 2 \times 2.3$  m isolée avec une épaisseur de polystyrène de 8 cm.

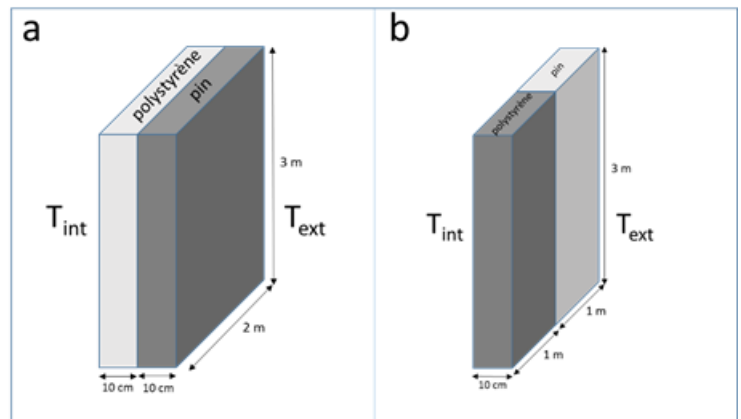
- Déterminer la résistance thermique de cet isolant.
- La pièce froide se trouve dans un environnement à la température de  $20^\circ\text{C}$ . Quel est le débit de chaleur si la température interne de la pièce est maintenue à  $4^\circ\text{C}$  ?
- Que se passerait-il si l'isolant choisi était de l'acier ?

Données : Conductivité thermique du polystyrène :  $k = 0.029 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
Conductivité thermique de l'acier :  $k = 46 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

### Exercice 13

1. Donner l'expression de la résistance thermique équivalente du panneau multicouche représenté sur la figure a et calculer sa valeur. Si on suppose que la différence de température entre la face intérieure et la face extérieure du panneau est de  $20^\circ\text{C}$ , calculer la valeur du débit d'énergie  $H$  à travers ce panneau.

2. Donner l'expression de la résistance thermique équivalente du panneau double représenté sur la figure b et calculer sa valeur. Si on suppose que la différence de température entre la face intérieure et la face extérieure du panneau est de  $20^\circ\text{C}$ , calculer la valeur du débit d'énergie  $H$  à travers ce panneau.



Données : Conductivité thermique du pin :  $k = 0.11 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
Conductivité thermique du polystyrène :  $k = 0.029 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

### Exercice 14

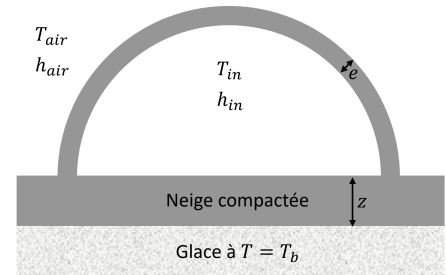
a. Un tube de plastique (de conductivité  $k_p = 0.5 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ) à une longueur de 3 m et possède un rayon intérieur et extérieur de 2 et 2.5 cm respectivement. Il est entouré d'un isolant (de conductivité  $k_i = 0.05 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ) de 2.5 cm d'épaisseur. Le fluide s'écoulant dans le tube est à une température de  $70^\circ\text{C}$  ; la température extérieure est de  $20^\circ\text{C}$ . Calculer le débit de chaleur entre le fluide et le milieu extérieur.

b. On considère maintenant que la température sur le bord extérieur de l'ensemble "tuyau + isolant" est déterminée par un flux convectif de chaleur de la paroi vers le milieu. Calculer alors le débit de chaleur vers l'extérieur du système ( $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).

### Exercice 15 (examen 2022)

La banquise est l'étendue de glace qui se forme à la surface de la mer par solidification des couches supérieures d'eau lorsque la température de l'eau de mer (donc également de la glace à son contact) est inférieure à  $-1.8^\circ\text{C}$ . On supposera dans ce qui suit que la banquise est à une température constante de  $T_b = -1.80^\circ\text{C}$  à une profondeur de  $z = 0.60$  m sous la surface.

On considère un igloo sur la banquise, occupé en permanence par 2 personnes. Le débit de chaleur (la puissance) libérée par les personnes est de  $P = 220 \text{ W}$ . L'igloo est assimilé à une demi-sphère de rayon  $r = 1.10 \text{ m}$ . On négligera la variation de la surface de la paroi intérieure et extérieure de l'igloo et on note  $S_p$  la surface de la paroi ( $S_p = 2\pi r^2$ ) et  $S_s$  la surface au sol ( $S_s = \pi r^2$ ). La paroi de l'igloo est formée d'une épaisseur  $e = 0.30 \text{ m}$  de neige compactée. A l'extérieur de l'igloo, la température de l'air est de  $T_{air} = -40^\circ\text{C}$  et le coefficient de transfert convectif est  $h_{air} = 10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ . A l'intérieur de l'igloo, le coefficient de transfert convectif est  $h_{in} = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

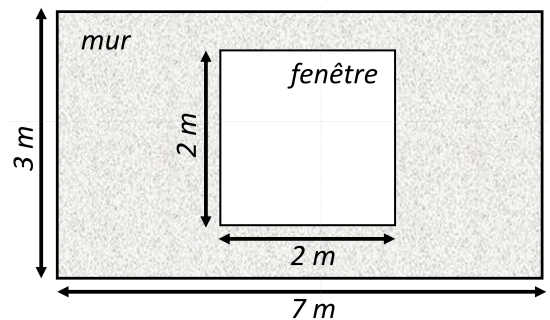


1. Calculer la résistance thermique équivalente  $R_1$  associée au transfert de chaleur par les parois de l'igloo (convection intérieure et extérieure + conduction de la paroi).
  2. Calculer la résistance thermique équivalente  $R_2$  associée au transfert de chaleur par le sol de l'igloo (convection intérieure + conduction du sol).
  3. Calculer la température  $T_{in}$  à l'intérieur de l'igloo lorsque le régime stationnaire est atteint.
  4. Calculer le débit de chaleur  $H_1$  transféré par les parois et le débit de chaleur  $H_2$  transféré par le sol.
- Données : conductivité thermique de la neige compactée :  $k = 0.020 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

### Exercice 16 (examen 2021)

1. On souhaite évaluer les pertes thermiques de la façade d'un bâtiment. La géométrie de la façade est reportée sur la figure ci-contre. Les fenêtres sont constituées d'un double vitrage : une première plaque de verre (d'épaisseur  $e_v = 1 \text{ cm}$ ), une couche d'air (d'épaisseur  $e_a = 2 \text{ cm}$ ) et une seconde plaque de verre (d'épaisseur  $e_v = 1 \text{ cm}$ ). Le mur est constitué de béton (d'épaisseur  $e_b = 15 \text{ cm}$ ), de polystyrène (d'épaisseur  $e_{ps} = 10 \text{ cm}$ ) et de plâtre (d'épaisseur  $e_p = 1 \text{ cm}$ ).

1. Calculer : (a.) La résistance thermique  $R_f$  de la fenêtre, (b.) La résistance thermique  $R_m$  du mur et (c.) La résistance thermique équivalente  $R$  de la façade.



2. La température à l'intérieur du bâtiment est maintenue à  $T_{in} = 20^\circ\text{C}$ . La température de l'air extérieur est de  $T_{ext} = 5^\circ\text{C}$ . On suppose que le processus de convection à l'intérieur et à l'extérieur du bâtiment ne limite pas le transfert de chaleur. Calculer le débit de chaleur  $H$  de l'intérieur vers l'extérieur de la façade.

Données :

Matériaux	verre	air	béton	polystyrène	plâtre
Conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ )	0.80	0.026	1.8	0.035	0.30

### Exercice 17

I. Une maison est isolée de sorte que sa perte totale de chaleur par conduction est de  $370 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$ . Le soir, le propriétaire organise une fête et accueille 40 personnes. La température extérieure est  $T_{ext} = 12^\circ\text{C}$ . La puissance moyenne du corps humain est  $P = 100 \text{ W}$ . S'il n'y a pas d'autre source de chaleur dans la maison, quelle est la température  $T_{in}$  de la maison durant la fête lorsque le régime stationnaire est atteint ? On suppose que la convection peut être ignorée.

II. La fête vient de finir, les participants rentrent chez eux et la maison est vide. On veut déterminer l'évolution de la température intérieure au cours du temps. La température extérieure est toujours de  $T_{ext} = 12^\circ\text{C}$  et on considère que la température intérieure initiale est  $T_0 = 23^\circ\text{C}$ . On rappelle que la perte totale de chaleur par conduction de la maison est de  $370 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}$ . On suppose que la capacité calorifique de la maison et de son contenu est  $C = 4.0 \times 10^6 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ .

- a. Rappeler l'expression liant la variation infinitésimale de température  $dT$  au transfert infinitésimal de chaleur  $dQ$  pour un corps quelconque de capacité calorifique  $C$ .
- b. Expliquer qualitativement comment évolue la température de la maison.
- c. En appliquant le principe de conservation de l'énergie, démontrer que l'on peut établir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{T_t - T_{ext}} = -\frac{dt}{\tau}$$

où  $dt$  représente la variation infinitésimale du temps,  $T_t$  est la température à l'intérieur de la maison au temps  $t$  et  $\tau$  est un temps caractéristique associé aux propriétés thermiques de la maison. Calculer la valeur de  $\tau$ .

d. On note  $T_0$  la température au temps 0 ( $t_0$ ). Intégrer l'équation précédente entre  $t_0$  et  $t$ . Montrer que l'on obtient une équation de la forme :

$$T_t = a + b \times \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres indépendants du temps. Donner l'expression de  $a$  et  $b$ .

e. Déterminer le temps nécessaire pour que la température intérieure de la maison atteigne  $19^\circ\text{C}$ .

### Exercice 18 (examen 2020)

Pour les questions A et B ci-dessous, on considère que le nageur a une masse  $m = 80$  kg et que la surface totale de son corps est de  $S = 2,0$  m<sup>2</sup>.

**A.** Un nageur parcourt 2000 m pendant un temps  $t = 40$  mn. La température de l'eau du bassin est  $T_{\text{eau}} = 26$  °C. On suppose que la température du nageur reste constante et la température de sa peau est de  $T = 33^\circ\text{C}$ . On suppose par ailleurs que le transfert de chaleur du nageur vers l'eau peut être représenté par la relation de Newton avec un coefficient de transfert  $h = 20$  W.K<sup>-1</sup>.m<sup>-2</sup>.

**A.1** Calculer la puissance thermique  $H$  transférée par le nageur à l'eau du bassin, puis l'énergie thermique cédée par le nageur à l'eau durant la séance de natation.

**A.2** Lors de la séance de natation, la dépense énergétique totale du nageur (mouvements mécaniques, transpiration, transfert de chaleur) est de  $Q_{\text{tot}} = 2.1 \times 10^6$  J. Quelle fraction de la dépense énergétique totale est attribuable au transfert d'énergie thermique.

**A.3** L'apport énergétique d'un pain au chocolat est de 250 Kcal (1 Kcal = 4,18 kJ). Combien de pain au chocolat le nageur peut-il consommer pour compenser la dépense énergétique de la séance de natation.

**B.** Le nageur plonge désormais dans un lac dont la température est de  $T_{\text{lac}} = 4,0^\circ\text{C}$ . Il dispose d'une combinaison de plongée en néoprène d'épaisseur  $e = 5$  mm couvrant l'intégralité de son corps. La conductivité thermique du néoprène est  $k = 0,10$  W.K<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup>. On cherche à quantifier les échanges de chaleur entre le nageur et l'eau du lac dans cette situation. On suppose que, dans cette situation, les échanges de chaleur sont principalement gouvernés par un processus de conduction.

**B.1** Calculer la résistance thermique  $R_c$  de la combinaison de plongée.

**B.2** Pour une personne adulte représentative, la résistance thermique de la peau humaine est de  $R_p = 0.030$  K/W. Calculer la résistance thermique du nageur  $R_n$  associée à l'ensemble "peau + combinaison".

**B.3** Si l'on suppose que la température du corps est maintenue à  $T = 37,0^\circ\text{C}$ , calculer le débit d'énergie thermique  $H$  transférée du nageur vers l'eau du lac.

**B.4** Calculer la température  $T_i$  au niveau de l'interface peau/combinaison.

La puissance thermique générée par le métabolisme humain est de  $P = 200$  W. Cette source de chaleur ne permet donc pas de compenser les pertes calculées à la question B.3. La température du corps du nageur diminue donc avec le temps. La capacité thermique massique  $c$  du corps humain est  $c = 3,5$  kJ.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>. On cherche à estimer la durée maximale de la plongée pour éviter une hypothermie si la température du corps devient inférieure à  $T = 35^\circ\text{C}$ .

**B.5** Montrer que l'évolution temporelle de la température du corps vérifie une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha - \frac{T}{\tau}$$

où  $\alpha$  et  $\tau$  sont des constantes que l'on exprimera.

**B.6** En exprimant les températures en degrés Celsius, montrer que  $\alpha = 9,7 \cdot 10^{-4}$  °C/s et  $\tau = 1,5 \cdot 10^4$  s.

**B.7** La solution de cette équation différentielle est :

$$T_t = T_0 \times e^{-t/\tau} + \alpha\tau \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

où  $T_t$  est la température au temps  $t$  et  $T_0$  la température initiale ( $T_0 = 37^\circ\text{C}$ ). Calculer la durée maximale de la plongée pour éviter le risque d'hypothermie.

### Exercice 19 (examen 2022)

On plonge le plus souvent des glaçons dans une boisson pour la refroidir. Toutefois, l'eau résultant de la fonte de la glace conduit à diluer celle-ci, ce qui peut la rendre plus fade. Une boisson "on the rocks" consiste à refroidir la boisson en introduisant des morceaux de roches froides (des cailloux). Les cailloux considérés ici sont des cubes de granite de côté  $a = 3.00$  cm.

1. On plonge 2 cubes de granite à  $T_{i,g} = -25,0^\circ\text{C}$  dans une boisson de 200 ml à  $T_{i,e} = 20,0^\circ\text{C}$ . On suppose les propriétés de la boisson voisines de celles de l'eau. On suppose par ailleurs que les pertes thermiques sont négligeables. Quelle est la température de la boisson lorsque l'équilibre thermique est atteint.

2. Afin de refroidir les cubes de granite, ceux-ci sont suspendus par un fil et placés dans une enceinte réfrigérée à température

constante  $T = -25.0^\circ\text{C}$ . On suppose que le refroidissement du cube est alors principalement piloté par un processus de convection, représenté par un coefficient  $h$  de transfert convectif  $h = 10.0 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

2.a Montrer que la variation  $dT$  de la température du cube sur un intervalle de temps  $dt$  peut s'exprimer comme une équation différentielle de la forme :  $dT/dt = b - aT$  où  $a$  et  $b$  sont des constantes que l'on exprimera.

2.b La température initiale du cube de granite est  $T_0 = 20.0^\circ\text{C}$ . Calculer le temps nécessaire pour refroidir celui-ci à une température de  $T = -20.0^\circ\text{C}$ .

3. Pour les calculs réalisés à la question 2, il est supposé que la température du cube de granite reste homogène (identique en tout point du cube) au cours du refroidissement. En d'autres termes, ceci revient donc à considérer que la conduction de chaleur dans le cube ne limite pas son refroidissement. Calculer le nombre de Biot pour le système considéré ici et conclure sur la validité de l'hypothèse formulée.

**Données :** Masse volume du granite :  $\rho_g = 2.64 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$   
 Chaleur spécifique massique du granite :  $c_g = 0.790 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$   
 Conductivité du granite :  $k_g = 2.10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$   
 Chaleur spécifique massique de l'eau :  $c_e = 4.18 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$   
 Masse volume de l'eau :  $\rho_e = 1.00 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

### Exercice 20

On propose de calculer le débit de chaleur  $H$  à travers un cône tronqué de longueur  $L$ . Le matériau qui constitue le cône tronqué possède une conductivité thermique  $k$ . Les faces du cône ont des rayons  $r_1$  et  $r_2$ . On suppose que les températures des faces sont respectivement  $T_1$  et  $T_2$ . On suppose également que la surface latérale du cône est thermiquement isolée du milieu extérieur. On veut montrer que  $H = kr_1r_2(T_1 - T_2)/L$  lorsque ce système atteint un régime stationnaire.

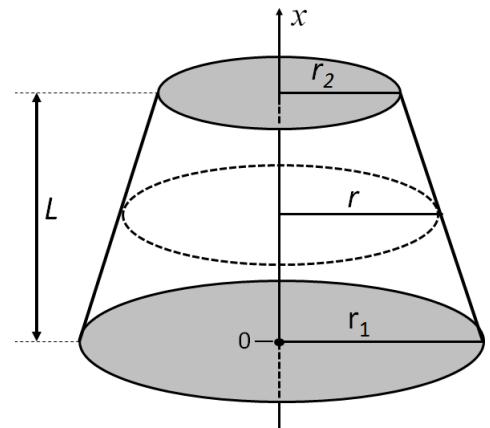
a. Rappeler l'expression générale de la loi de Fourier pour le débit de chaleur  $H$ .

b. On note  $x$  la position le long de l'axe central, l'origine étant fixée au niveau de la face 1 (cf. figure). Montrer que le rayon  $r(x)$  s'exprime selon :

$$r(x) = (r_2 - r_1)x/L + r_1$$

En déduire l'expression de la surface  $A(x)$  d'une section du cône tronqué en fonction de  $x$ .

c. Donner la nouvelle expression de  $H$  en substituant, dans la loi de Fourier, la surface  $A$  par son expression fonction de  $x$ . Intégrer cette expression pour retrouver l'expression recherchée de  $H$  [Remarque : on pourra faire le changement de variable  $u = (r_2 - r_1)x/L + r_1$  pour faciliter l'intégration].



### Exercice 21

Le soleil rayonne de l'énergie avec une puissance  $P = 3.9 \times 10^{26} \text{ W}$ . Son rayon est  $r = 7 \times 10^8 \text{ m}$ . En supposant que le soleil est un corps noir, quelle est sa température de surface ?

### Exercice 22

Une bûche cylindrique (de 15 cm de diamètre et de 65 cm de longueur) se consume dans une cheminée. Si elle rayonne une puissance de 34 kW, quelle est sa température ? On suppose que l'émissivité de la bûche est de 1.0. On s'attend à ce que la bûche rougeoie dans un tel cas, comment l'expliquez-vous ?

### Exercice 23 (examen 2020)

La puissance électrique consommée par un fer à repasser est de  $P = 1000 \text{ W}$ . La surface du fer est de  $S = 300 \text{ cm}^2$  et sa température est de  $T_{fer} = 500 \text{ K}$  lorsqu'il est utilisé dans un environnement à la température de  $T_{env} = 300 \text{ K}$ . L'émissivité du fer est  $\epsilon = 0,97$ .

- Calculer le débit net d'énergie transférée par le fer par rayonnement.
- Calculer la fraction de l'énergie transférée sous forme de chaleur par conduction/convection.

### Exercice 24

1. On considère le soleil comme un corps noir dont la température de surface est de 5778 K.

a. Calculer la puissance lumineuse  $P_3$  émise par cet astre.

b. Donner l'expression du flux d'énergie solaire à une distance  $d$  du soleil.

2. La terre se trouve à une distance  $d_{TS}$  du soleil.

a. Calculer le flux d'énergie solaire  $F_S$  reçu par la terre à la distance  $d_{TS}$  (constante solaire).

b. Calculer la puissance solaire  $P_T$  reçue par la terre.

b. On note  $\bar{F}$  le flux d'énergie solaire reçu en moyenne au sommet de l'atmosphère. Montrer que  $\bar{F} = F_S/4$  puis calculer  $\bar{F}$ .

3. On souhaite estimer la température de surface de la Terre  $T_s$  en utilisant un modèle simple. Vous accompagnerez vos explications de schémas et vous détaillerez les différentes étapes de vos calculs.

a. On considère d'abord une planète sans atmosphère (considérée comme un corps noir dans le domaine infra-rouge). Rappeler la définition de l'albédo  $a$ . On considérera ici que la planète possède un albédo de  $a = 0.3$ . Calculer  $T_s$  à partir de votre modèle simplifié (température effective moyenne de la planète). Commenter ce résultat par rapport à la valeur attendue ( $\approx 15^\circ\text{C}$ ).

b. On considère maintenant que cette planète possède une atmosphère complètement absorbante vis-à-vis du rayonnement tellurique. Quelle est l'origine de l'absorption du rayonnement infra-rouge par l'atmosphère terrestre ? Calculez  $T_s$ . Commenter le résultat.

c. Comment peut-on rendre ce modèle plus réaliste ? Calculer  $T_s$  dans ce nouveau cas.

Données : rayon de la terre :  $r_T = 6.37 \times 10^3$  km

rayon du soleil :  $r_S = 6.96 \times 10^5$  km

distance terre-soleil :  $d_{TS} = 1.50 \times 10^8$  km

### Exercice 25

La planète Vénus est à une distance  $d_V = 1.1 \times 10^8$  km du Soleil et son albédo est de  $a = 0.77$ .

a Déterminer le flux de chaleur rayonné à la surface du soleil ainsi que la puissance  $P$  totale rayonnée.

b Calculer la constante solaire  $F_S$  pour Venus (flux d'énergie solaire à  $d_V$ ) ainsi que le flux  $\bar{F}$  reçu en moyenne par la planète.

c Calculer la température effective de Venus.

d La Lune est à une distance de  $d_L = 1.5 \times 10^8$  km du Soleil et sa température de surface est de l'ordre de 250 K. Venus est donc plus proche du Soleil que la Lune, mais sa température effective est inférieure à celle de la Lune. Que peut-on en déduire ?

e Les observations montrent que la température moyenne à la surface de Vénus est de 700 K. Que peut-on en déduire ?

Données : Rayon du soleil :  $r_S = 6.96 \times 10^5$  km

Température de surface du soleil :  $T = 5800$  K

### Exercice 26

Un radiateur électrique a une surface  $S = 325$  cm<sup>2</sup>, une émissivité  $\varepsilon = 0.9$  et une température de surface  $T_r = 900$  K. La température de la pièce dans laquelle se trouve le radiateur est  $T_p = 300$  K.

1. Déterminer la puissance effectivement perdue (cédée à la pièce) par le rayonnement du radiateur.

2. La puissance électrique consommée par le radiateur est  $P = 1500$  W. En supposant que toute l'énergie consommée par le radiateur est transférée sous forme de chaleur à la pièce, déterminer la fraction d'énergie transférée (i) par un processus de rayonnement et (ii) par un processus de conduction/convection.

### Exercice 27 (examen 2022)

Un physicien utilise un récipient métallique cylindrique pour stocker de l'hélium liquide à  $T_1 = 4.22$  K. Le récipient a une longueur  $L = 0.250$  m et un rayon  $r = 0.045$  m. La chaleur de vaporisation de l'hélium à  $T_1$  est de  $L_v = 2.09 \times 10^4$  J.kg<sup>-1</sup>. Afin d'éviter les pertes, le récipient est inséré en totalité dans une enceinte dont les parois sont maintenues à une température constante de  $T_1 = 77.3$  K par une circulation d'azote liquide. Le vide est réalisé entre le récipient et l'enceinte afin de limiter le transfert de chaleur par conduction et convection. On suppose ainsi que le seul transfert de chaleur entre le récipient et les parois environnantes de l'enceinte se fait par rayonnement. L'émissivité du récipient métallique renfermant l'hélium est de  $\varepsilon = 0.200$ .

1. Calculer la puissance nette (le débit de chaleur) reçue par le récipient.

2. Calculer la quantité d'hélium vaporisée (donc perdue) par heure.

### Exercice 28 (examen 2021)

On considère une mince plaque d'aluminium chaude, suspendue verticalement dans l'air ambiant. La dimension de la plaque est de  $30 \times 30$  cm, son épaisseur est  $e = 1$  cm, sa masse est  $m = 2.45$  kg. La température de l'air ambiant est de  $T_{air} = 25^\circ\text{C}$ . Le coefficient de transfert convectif de chaleur  $h$  de l'air peut être déterminé à partir des observations du changement de température de la plaque avec le temps lorsqu'elle se refroidit.

1. En supposant que la plaque est isotherme (la température reste identique en tout point de la plaque) et que l'échange de chaleur par rayonnement est négligeable, évaluer  $h$  à l'instant où la température de la plaque est de  $T = 225^\circ\text{C}$  et la variation de température de la plaque avec le temps ( $dT/dt$ ) est de  $0.10$  K/s.

- Calculer le flux de chaleur convectif de la plaque pour les conditions de la question 1.
- La plaque d'aluminium est fortement polie afin que son émissivité  $\varepsilon$  soit aussi faible que possible, soit  $\varepsilon = 0.06$ . Calculer le flux de chaleur radiatif net de la plaque pour les conditions de la question 1. Ce flux de chaleur radiatif est-il négligeable devant le flux de chaleur convectif, comme supposé à la question 1 ?
- Calculer le nombre de Biot pour le système considéré. L'approximation d'une plaque isotherme est-elle justifiée, comme supposé à la question 1.

Données : Conductivité thermique de l'aluminium :  $k = 240 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 Chaleur spécifique de l'aluminium :  $c = 897 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

## TD numérique

**I.** L'objectif de cet exercice est de calculer la puissance rayonnée par un corps (on s'intéressera par exemple à la Terre et au Soleil) à partir de la distribution spectrale d'émission d'un corps noir.

- Rappeler l'expression de la distribution spectrale de Planck, c-a-d de  $e(\lambda)$ , le flux d'énergie rayonnée par un corps en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .
- Représenter cette distribution (à l'aide d'un tableur) dans le cas du Soleil et de la Terre.
- Comment peut-on relier cette grandeur au flux total d'énergie rayonnée par le corps considéré ? Vérifier alors la loi de Stefan-Boltzmann en considérant que l'on a à faire à un corps noir dans le cas du Soleil et de la Terre.

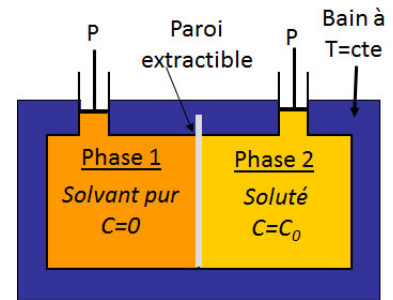
**II.** Rappeler les 2 lois de Fick et redémontrer l'équation de la diffusion correspondant à la seconde loi de Fick.

**1. Exemple 1 (Cf. cours) :** On considère le système dans lequel le compartiment 1 renferme un soluté à la concentration  $C_0$  et le compartiment 2 le solvant pur ( $C = 0$ ). Au temps  $t = 0$ , la paroi séparant les 2 compartiments est retirée. La solution de l'équation de diffusion satisfaisant cette condition initiale est de la forme :

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right)$$

avec erf la fonction d'erreur définie comme :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$



- Tracer la fonction d'erreur erf (à l'aide d'un tableur).
- Tracer alors la fonction solution de l'équation de la concentration (à l'instant initial) si on considère que la concentration initiale du soluté vaut 100 u.a et que le coefficient de diffusion vaut  $D = 10^{-9} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ .
- Tracer les courbes correspondant à la diffusion du soluté dans le solvant après 1h, 2h, 10h, 100h. Quelle sera la concentration après un temps infini de diffusion ? Tester la sensibilité de la solution à la valeur du coefficient de diffusion (par exemple pour le cas d'un gaz au lieu d'un soluté).

**2. Exemple 2 (Cf. Cours) :** On considère un système initialement constitué de deux couches renfermant un solvant pur, séparé par une fine couche de soluté. Une condition initiale « idéalisée » représentant ce système est :

- si  $x = 0$  alors  $C(x,0) = \infty$
- si  $x \neq 0$  alors  $C(x,0) = 0$

La solution de l'équation de la diffusion satisfaisant cette condition initiale est :

$$C(x,t) = \frac{n_0}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

a. Tracer la fonction  $g(x)$  qui représente la loi normale gaussienne :

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

avec  $\mu$  son espérance et  $\sigma$  sa variance. Tester l'impact de ces 2 paramètres sur la forme de la fonction. Vérifier que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = 1$$

b. Tracer ensuite la solution de l'équation solution pour différentes échéances de temps si  $n_0$  vaut 100 u.a et  $D = 10^{-9} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ .